

밀한 매질일수록 소리의 속도는 빨라지는가?

김중복^{1*}, 김은택², 남기현², 권순신²

¹한국교원대학교, 충청북도 363-791

²노은고등학교, 대전광역시 305-325

Does Sound Wave Go Faster in More Dense Matter?

Jung Bog Kim^{1*}, Euntaek Kim², Ki Hyun Nam² and Soon Sin Kwon²

¹Department of Physics Education, Korea National University of Education, Chung-buk, 363-791, Korea

²Noeun High School, Daejeon, 305-325, Korea

요약

밀할수록 소리의 전파 속도가 빠르다는 것과 기체에서 소리의 전파 속도는 온도에 의해서만 결정된다는 것은 서로 모순이 있는 것 같아 이를 실험적으로 알아보기 위하여, 밀폐된 용기를 제작하여 용기 속의 기체의 밀도 변화에 따른 소리의 전파 속도를 측정하였다. 대기압에서 5기압 사이의 기체에서 소리의 전파 속도는 밀도에 무관하였으며, 온도만의 함수임을 알 수 있었다. 기체의 밀도가 소리의 속도에 영향을 주지 않는 이유를 이론적으로 밝히고, 기체보다는 액체에서, 액체에서보다 고체에서 소리의 속도가 빨라지는 것을 압축률이라는 개념을 이용하여 설명할 수 있었다.

주제어 : 소리 속도, 밀도, 압축률

서론

고도가 높아 대기 압력이 매우 낮은 멕시코시티와 상대적으로 압력이 높은 서울에서 소리의 속도가 같을까? 기체보다는 액체에서, 액체보다는 고체에서 소리의 전파 속도가 빨라지는 것은 매질이 밀하기 때문이라고 대부분의 과학책에 기술되어 있다(이문원 외, 2001). 또한, 소리가 낮에는 공중으로 휘어져 올라가고 밤에는 더 멀리까지 지상으로 전파되는 현상도 밀도가 높이에 따라 차이가 나서 속도가 변하기 때문이라고 설명하는 것을 자주 볼 수 있다. 그러나 한편에서는 소리의 속도가 밀도가 아니라 온도에 의해서 결정된다고 기술되어 있다. 이들은 서로 모순이 되는 것처럼 보이는 내용들이기 때문에 정확하게 밝힐 필요가 있음을 볼 수 있다. 본 논문에서는 이러한 점을 실험으로 해결해보고자 밀폐된 용기에 밀도와 온도 및 기체의 종류를 변화시킬 수 있는 장치를 만들고 이들의 변화에 따라 소리의 전파 속도를 측정하고, 이를 이론적으로 설명하고자 한다.

소리 속도에 관한 이론

소리뿐만 아니라 모든 파동에 대하여 파동의 전파속도는 진동수와 파장 사이에 다음과 같은 식이 적용된다.

$$v = f \cdot \lambda \tag{1}$$

진동수에 따른 속도 변화

식(1)을 보면 진동수나 파장을 증가시키면 소리의 속도를 증가시킬 수 있을 것 같다. 수학적인 표현만 보면 이와 같이 생각하는 것이 당연할 것이다. 일부 교과서에서조차 진동수를 크게 하면 파동의 속도가 빨라질 것으로 오해할 수 있는 표현이 있다(이문원 외, 2001). 그리고 동일한 교과서의 다른 곳에는 소리의 속도는 진동수에 무관하며 매질의 상태에 의해서만 결정된다는 표현이 있다. 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위하여 소리의 진동수만 변화시키면서 소리의 속도를 측정할 예정이다.

*교신저자: jbkim@knue.ac.kr. Tel:043-230-3744, Fax:043-235-5273.

*이 논문은 초청논문임.

매질에 따른 소리 속도

표 1은 다양한 종류의 매질에서의 소리의 속도이다. 기체보다는 액체에서, 액체보다는 고체에서 소리의 속도가 빠르며 기체 중에서는 이산화탄소보다는 헬륨에서 더 빠른 것을 볼 수 있다. 또한 고체에서도 매질에 따라 소리의 속도가 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 그렇다면, 왜 고체에서 소리의 속도가 빠르냐? 기체보다는 액체가, 액체보다는 고체가 단위 부피당 입자수가 많기 때문이라고 알려져 있다. 즉 “소한 매질보다 밀한 매질에서 소리는 더 빨리 간다.”고 생각할 수 있다. 그렇다면, 단위 부피당 입자수를 많게 한다면 소리의 속도가 빨라져야 할 것이다. 기체를 이용하면 쉽게 밀도를 변화시킬 수 있기 때문에 본 연구에서는 밀폐된 용기를 제작하여 밀도에 따라 소리의 속도가 어떻게 되는지 측정하였다.

표 1. 매질에 따른 소리의 전파 속도(Berg and Brill, 2005)

물질(매질)		음속 [m/s]
기체(20°C)	공기	344
	헬륨	1005
	이산화탄소	266
액체	담수	1440
	해수	1560
	수은	1460
고체	알루미늄	6400
	강철	6100
	동	3600
	유리	4900-5800
	목재	3500-5000

온도에 따른 소리 속도

소리 전파 속도는 매질의 온도(t)가 높을수록 아래의 (2)식에 의해 더 빨라진다고 교과서에 나와 있어 이에 대한 확인 실험을 할 수 있도록 제작한 용기를 가열할 수 있도록 제작하였다.

$$v_{\text{소리}} = 331.5 + 0.6t \quad (2)$$

밀폐된 용기에서 온도를 높이면 단위 부피당 입자 수는 변화가 없을 것이다. 즉, 밀도는 변화가 없을 것이다. 밀도는 변함이 없는데 왜 소리의 속도가 빨라질까? 이것이 사실이라면 동일한 기체 성분으로 되어 있는 경우에 소리의 속도는 소밀의 정도에 의존하는 것이 아니라 온도에 따라 변하는 다른 요인에 의하여 결정된다는 것을 의미한다. 또한 제작한 용기를 개폐가 가능하도록 제작하여, 밀폐된 경우와 열린 경우에 소리의 속도를 측정하여 소리의 속도에 크게 영향을 주는 것이 무엇인지 알아보고자 하였다.

구성 성분에 따른 소리 속도

표 1을 보면 기체일지라도 구성 성분이 달라지면 소리의 속도가 달라지는 것으로 나와 있다. 즉, 같은 온도에서 기체 분자의 질량이 작을수록 소리의 속도가 빠르다. 이것은 같은 온도에서 같은 분자들이 운동에너지를 가질 것을 예상하여 볼 때 가벼운 분자들일수록 운동 속도가 빠르다는 것을 알 수 있다. 소리의 전파 속도가 차이가 나게 하는 숨어 있는 요인이 운동 속도와 관련이 있을 것이라는 것을 알 수 있다. 우리들은 비교적 쉽게 구할 수 있고 가격이 저렴한 질소와 이산화탄소의 2가지 다른 매질에서 소리의 전파 속도를 측정하였다.

실험 장치

그림 1과 같이 길이가 1.5m 정도이고 직경이 15cm 정도인 스테인레스 스틸 관의 양쪽 끝에 오링을 끼울 수 있도록 한 후에 원형 판을 붙였다 뗄 수 있도록 용기를 제작하였다. 용기는 10기압까지 견딜 수 있도록 제작이 되었으나 본 연구에서는 5기압까지만 실험을 수행하였다. 고압의 가스통에서 1/4인치 관을 통하여 기체가 용기 안으로 공급되도록 하였으며 가스통과 용기 사이에는 밸브를 설치하였다. 용기의 다른 쪽에는 가스의 출구를 설치하였으며 밸브를 부착하여 기체의 출입을 조절하였다. 용기 중앙에는 기체의 압력을 측정할 수 있는 압력계를 부착하였다. 왼쪽 끝 마개 판에 소리를 발생시킬 수 있도록 스피커를 부착하였으며 스피커에 전류를 흐르게 하는 전선은 원통과 마개 사이의 오링 사이를 통과하도록 한 후에 나사를 꼭 조임으로써 기체가 새나가지 못하도록 하였다. 스피커에서 발생된 소리 파동은 용기 속의 기체를 통하여 전파한 후에 증폭기가 부착된 소형 넥타이용 마이크에 의하여 측정된다. 그림 2는

밀한 매질일수록 소리의 속도는 빨라지는가?

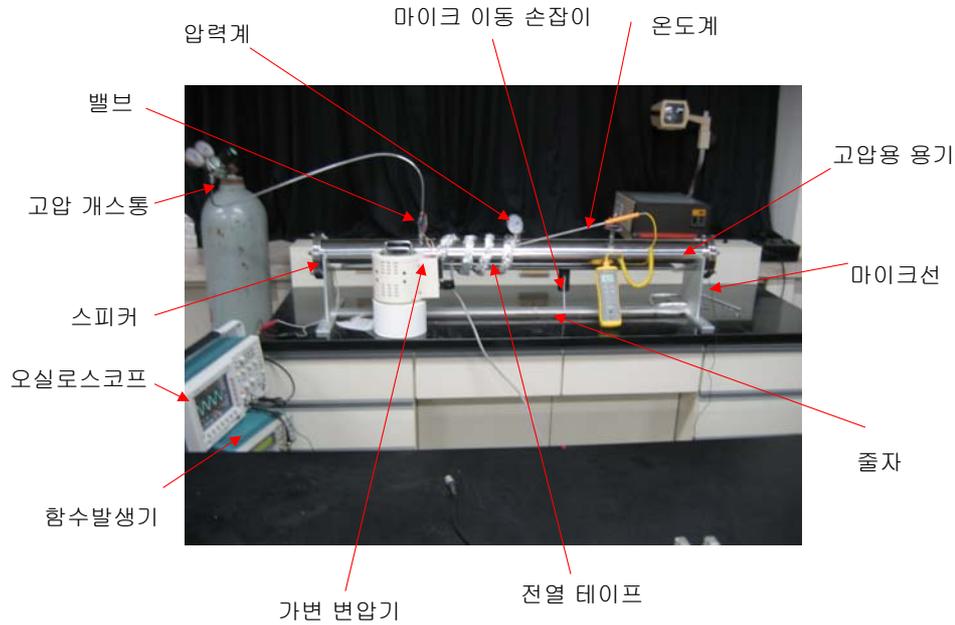


그림 1. 제작된 고압 용기를 활용한 실험 장치



그림 2. 마이크와 지지대 및 용기 밖에 설치될 손잡이가 부착된 모습

용기 내부에 설치된 소형 마이크를 위한 지지대와 용기 밖에서 마이크의 위치를 이동시킬 수 있는 손잡이(아래쪽)가 붙어 있는 모습이다. 손잡이는 자석을 이용하여 제작하였기 때문에 용기 밖에서도 마이크의 위치를 이동시킬 수 있다. 그림 3은 마이크 이동용 손잡이의 위치를 정확하게 측정하기 위하여 한쪽 끝을 날카롭게 한 빨대를 테이프를 이용하여 마이크 이동용 손잡이에 부착한 모습이다. 빨대의 날카로운 부분 바로 아래쪽에는 용기의 길이 방향으로 줄자를 설치하여 마이크의 위치를 정확하게 측정할 수 있도록 하였다. 또한, 용기 외부에는 가열용 밴드를 감고 변압기를 통하여 전류를 공급함으로써 기체의 온도를 변화시킬 수 있도록 하였다. 기체의 온도 측정은 관 내부에

서 이루어졌다. 변압기의 전압을 설정한 후에 어느 정도 시간이 흘러 온도가 안정된 후에 용기 내부의 온도를 측정하였다. 전압 값을 바꾸어 가면서 전압에 따른 온도를 미리 측정하여 실제 실험에서는 설정한 변압기의 전압을 읽음으로써 온도를 측정하였다.

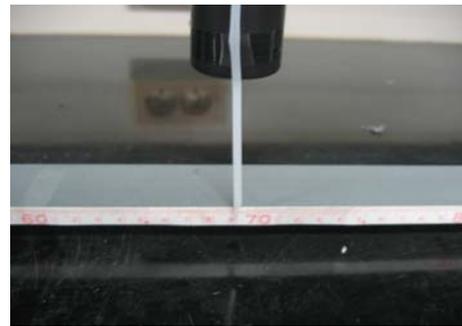


그림 3. 마이크 이동용 손잡이와 위치 측정용 줄자

실험 결과 및 논의

함수 발생기(컴퓨터에서 soundwave 같은 프로그램을 이용하여 발생시킬 수 있음)에서 단일 진동수의 전기 신호가 스피커에 가해지도록 한 후에 마이크를 이용하여 용기 내에서 발생

된 소리의 파장과 진동수를 측정함으로써 소리의 속도를 측정하였다. 파장 측정은 Berg and Brill(2005)이 제안한 방법을 사용하였다. 파장 측정을 위하여 오실로스코프를 x-y 모드로 사용하였다. 합수 발생기에서 발생된 전기 신호를 T자 BNC를 이용하여 분리한 후에 하나는 오실로스코프의 x축에, 다른 하나는 용기 내에 설치된 스피커에 연결하였다. 측정된 마이크의 전기 신호는 오실로스코프 y축에 가해지도록 연결하였다. 두 신호의 위상이 같은 곳, 즉 리시쥬 모양의 신호가 1-3 상한에서 직선이 되는 위치를 마이크 손잡이를 이동하면서 찾는다. 진공 용기 밖에 설치된 자를 이용하여 이 위치를 기록한 후에 마이크를 한 쪽 방향으로 천천히 움직이면서 오실로스코프 화면을 관찰한다. 리시쥬 모양은 원형(90°의 위상차), 2-4 상한 방향으로 직선(180° 위상차), 다시 원형(270°의 위상차)의 모양으로 바뀌게 된 후에 조금 더 이동하면 다시 1-3 상한 방향으로 직선(360°의 위상차)이 되는 위치를 찾을 수 있다. 이 위치에서 다시 두 신호는 위상(360°의 정수배는 위상이 일치한다고 함)이 일치한다. 앞서 기록한 위치에서 이 위치까지의 거리가 바로 한 파장이다. 오실로스코프를 x-y 모드가 아니라 y-t 모드로 사용하여도 두 신호의 위상차를 볼 수 있기 때문에 파장을 측정하는데 문제가 없다. 진동수는 오실로스코프의 y-t 모드에서 쉽게 측정할 수 있다. 마이크를 임의의 위치에 놓은 후에 주기를 측정하여 역수를 취함으로써 진동수를 구할 수 있다. 따라서 소리 파동의 속도를 $v = f\lambda$ 식을 이용하여 구할 수 있다.

진동수 변화에 따른 소리 속도 측정

그림 4는 진공 용기의 뚜껑을 열고 즉 대기압 상온 상태에서 진동수를 달리 하면서 파장을 측정한 결과이다.

이 결과로부터 진동수가 커지면 파장이 짧아지는 것을 볼 수 있으며 거의 정확히 반비례하는 것을 볼 수 있다. 따라서 진동수와 파장을 곱하여 보면 약 350m/s로 거의 일정한 값이 나오게 되는데, 이 값이 상온의 공기에서 소리의 전파 속도가 된다.

위의 실험 결과는 교과서에 표현된 내용 중 “진동수가 커지면 소리의 속도가 빨라진다.”라는 표현이 적절하지 않다는 것을 의미한다. 본 연구를 통하여 진동수를 키우면 파장이 줄어들어 결국 소리의 속도는 변함이 없다는 것을 분명하게 알 수 있게 되었다. 즉, 매질을 바꾸지 않고 주어진 온도에서 진동수를 변화시켜 소리의 전파 속도를 바꾸는 것은 불가능하다. 파동의 전파 속도는 진동수에 의존하는 것이 아니라 매질의 상태에 의해 결정된다는 사실을 분명하게 알게 되었다.

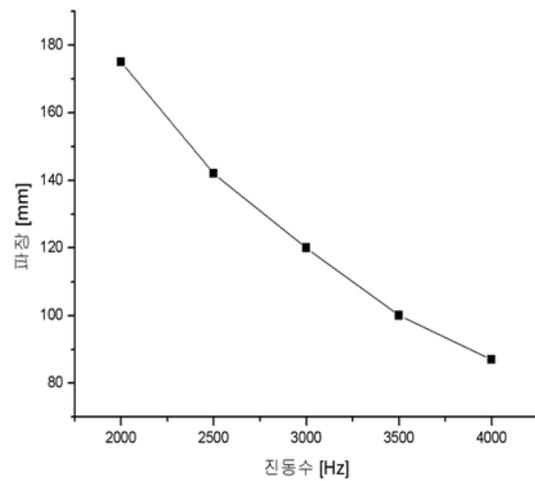


그림 4. 진동수에 따른 파장

따라서 조금은 덜 오해하지 않도록 하는 방안으로 소리 속도에 대한 표현 식(1)을 다음과 같이 쓸 것을 제안하고자 한다.

$$f = \frac{v}{\lambda} \text{ 또는 } \lambda = \frac{v}{f} \quad (3)$$

즉, 소리의 속도는 매질의 상태에 의해서만 결정되는 것이지 진동수나 파장에 의하여 달라지지 않는다는 점을 분명히 하고 식(3)을 이용하여 파장이나 진동수를 구할 수 있다는 방법으로 설명을 하는 것이 바람직하다고 생각한다. 이는 옴의 법칙에 대한 표현을 $I = V/R$ 로 표현하거나 운동 법칙을 $a = F/m$ 로 표현하는 것이 더 적절하지 않겠느냐 하는 주장과 동일하다.

기체 밀도에 따른 소리의 속도 변화

밀도를 변화시켜 가면서 소리의 전파 속도를 측정하기 위하여, 고압용 질소 가스통에서 제작된 용기로 질소를 조금씩 이동시켰다. 용기 내의 압력은 압력계를 이용하여 측정하였다. 그림 5는 상온에서 압력에 따른 파장 측정 결과이다. 압력이 변함에도 불구하고, 즉 밀도가 커짐에도 불구하고 진동수 4 kHz에서 측정된 파장은 8.7cm로 대기압일 때와 같았다. 즉, 소리 속도는 압력에 무관하게 348 m/s로 측정이 되었다. 이 결과는 우리들을 당황하게 만들었다. 그 이유는 질소를 용기에 더 넣으면, 매질이 더 밀해지기 때문에 속도가 증가하여야 할 텐데 일

밀한 매질일수록 소리의 속도는 빨라지는가?

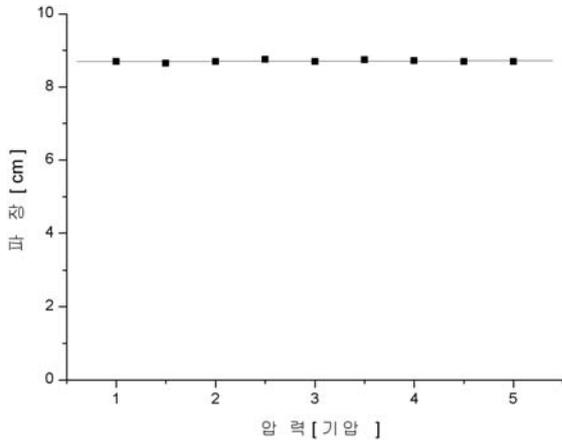


그림 5. 압력에 따른 파장

정한 값이 나왔기 때문이다.

그러나 (2)식에 의하면 용기의 온도가 변하지 않았기 때문에 압력이 증가한다고 해서 속도가 변하는 것이 오히려 이상한 것이다. 기체보다는 액체에서, 액체보다는 고체에서 소리의 속도가 빠르다는 것을 설명하는 방법으로 매질이 더 밀하기 때문이라고 하는 것은 다시 한 번 생각해 볼 필요가 있게 된다. 결과적으로 밀할수록 소리의 전파 속도가 빨라진다는 표현은 조심스럽게 취급되어야 함이 분명해졌다. 이에 대해서는 최종 논의에서 다루기로 하자.

온도에 따른 소리의 속도 변화

그림 6은 제작한 용기를 이용하여 온도에 따른 소리의 속도를 측정된 결과이다. 온도가 증가함에 따라 파장이 선형적으로 증가함을 볼 수 있다. 진동수를 곱하여 온도에 따른 속도를 그림으로 나타내면 그림 7과 같다. 그림 7에는 식(2)로부터 계산한 이론값을 함께 나타내었다. 두 결과 모두 온도에 따라 선형적으로 소리의 속도가 증가하는 것을 보이지만 이론값과 실험값에는 다소 차이가 나는 것을 볼 수 있는데 이는 본 연구에서 온도 측정의 문제 때문인 것으로 여겨진다. 즉 본 연구에서는 용기 일부만을 가열 테이프를 이용하여 온도를 증가시켰기 때문에 용기 전체가 균일한 온도가 되지 않았고, 용기가 실험실에 노출되어 있기 때문에 온도가 일정한 값을 유지하기도 힘든 상황이기 때문이다. 온도에 따른 보다 정확한 실험을 하기 위해서는 다른 형태의 실험 도구가 개발될 필요가 있다. 그럼에도 불구하고 온도가 변할 때 소리의 속도가 변하는 것을 실험을

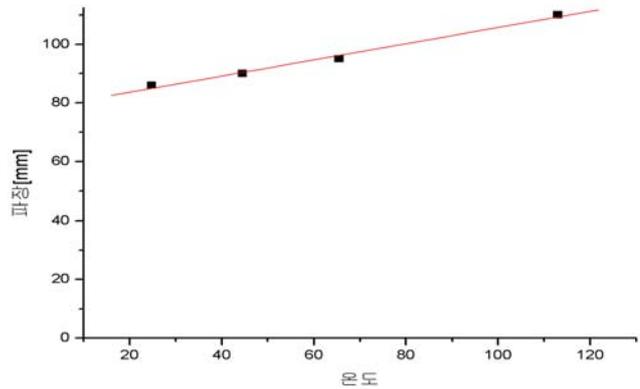


그림 6. 온도에 따른 파장 변화

통하여 분명하게 볼 수 있었다.

용기 뚜껑의 개폐와 무관하게 소리 속도에 관한 온도 의존성은 같았다. 이는 온도가 용기 내의 분자들의 운동을 활발하게 하는 요인과 관련이 있다. 밀폐된 경우에 온도를 올리면 밀도는 변하지 않고 기체의 운동이 활발해 질 것이다. 압력은 증가하였지만 밀도는 여전히 변화가 없다. 열린 경우에 온도를 높이면 용기 내의 입자들의 운동이 활발해지면서 용기 밖과의 압력 차이로 인해 공기 입자들이 용기 밖으로 나가게 될 것이다. 이때에 용기 내부의 밀도는 오히려 줄어들는다. 그럼에도 불구하고 소리 속도는 밀폐된 경우와 같이 측정되었다. 여기에서 분명해진 것은 기체에서 소리 속도는 밀한 정도에 의해서 결정되는 것이 아니라는 것이다.

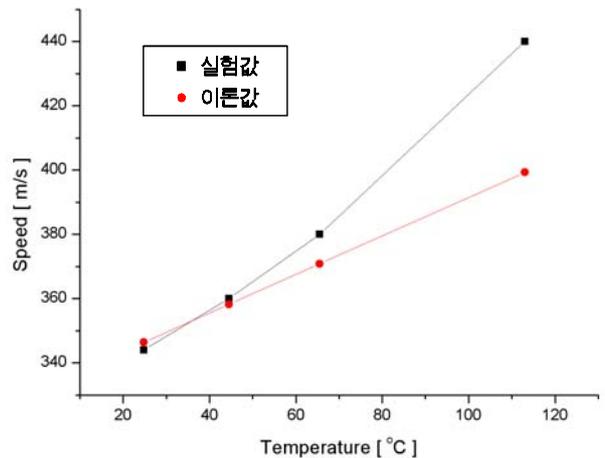


그림 7. 온도에 따른 속도

기체 성분에 따른 속도 변화

같은 온도에서 기체 종류가 달라짐에 따라 소리의 속도가 달라지는 것을 표 1을 보면 알 수 있는데, 본 연구에서도 질소 대신에 이산화탄소 기체를 이용하여 실험을 해 본 결과 이산화탄소에서 소리의 속도가 260 m/sec로 질소보다 더 느리게 측정되었다. 이산화탄소 분자의 질량이 질소 분자의 질량보다 크기 때문에 이 요인이 소리 속도에 영향을 미침을 알 수 있다. 앞서 실험한 바에 의하면 같은 기체일 경우에 밀도는 소리 속도에 영향을 주지 않지만 기체의 종류가 달라지면 밀도가 소리의 속도를 달라지게 하는 중요한 요소임을 알 수 있다.

왜 기체보다 액체에서 액체보다 고체에서 소리의 속도가 빠르니 규명

이상의 연구 내용을 종합하여 소한 매질보다 밀한 매질에서 소리의 속도가 빠르다는 의미를 재해석 하고자 한다. 이론에 의하면 기체에서 소리의 속도는 아래의 식(4)에 의해서 주어진다(김중복, 2004).

$$v = \frac{1}{\sqrt{\rho k_s}} \quad (4)$$

여기서, ρ 는 단위 부피 당 질량, k_s 는 $\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta P}$ 로 정의되는 단열과정 압축률로 압력 변화에 대한 부피 부분 변화율이다. 즉 열의 출입을 차단한 상태에서 일정 압력만큼 변화시켰을 때 부피가 줄어드는 정도를 말한다. 압축률이 작을수록 기체의 부피는 덜 줄어든다. 압축이 잘 안된다는 의미는 마치 용수철의 탄성이 커서 압축이 잘 안되는 것과 같은 것으로 탄성이 클수록 파동의 전파 속도가 빨라진다는 일반 결과와 잘 일치한다. 탄성이 큰 용수철에 달린 물체가 더 큰 고유 진동수를 갖는다. 진동수가 크다는 의미는 빨리빨리 변화가 전달되는 것으로 해석될 수 있다. 이와 같이 변화가 빨리빨리 옆으로 전달되는 이유는 용수철을 구성하고 있는 입자들이 더 강하게 결합되어 변형이 잘 안되기 때문이다.

같은 압축률일 때에는 밀도가 큰 경우에 속도가 작다는 것을 식(4)를 통하여 볼 수 있다. 이 경우는 헬륨이 공기보다 단위 부피당 질량, 즉 밀도가 작기 때문에 소리의 속도가 더 빠르다는 것으로 해석할 수 있다. 한편, 상온(일정한 온도)에서 밀폐된 용기에 기체의 개수를 더하여 압력을 증가시키는 것은 밀도

를 키우는 동시에 압축률을 작게 하는 요인이 되어 소리의 속도가 압력에 차이가 없게 되는 것을 알 수 있다. 그리고 밀폐된 용기에서 온도를 높이면 밀도는 변함은 없는데 압축률이 작아지게 되어 소리의 속도가 빨라질 것이다. 그 이유는 입자들의 운동 에너지가 커져서 압축시키는 것이 보다 어렵기 때문이다. 따라서 온도를 올리면 속도가 빨라지게 되는 것이다. 공기를 이상기체처럼 행동한다고 가정할 때 식(4)를 정리하여 보면 다음과 같다.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\rho k_s}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{\gamma R(273+t)}{M}} \approx \frac{273\gamma R}{M} + \gamma \frac{R}{2M} t \approx 331.5 + 0.6t \quad (5)$$

여기서 γ 는 등압과정과 등적과정의 열용량비이며, R은 몰당기체 상수, M은 몰당 질량, T는 절대온도이고 t는 섭씨온도이다. 소리의 속도는 절대 온도의 1/2승에 비례하지만 온도가 높지 않은 경우에는 식(5)와 같이 근사적으로 쓸 수 있다. 공기의 경우에 $\gamma = 1.4$, $R = 8.3 \text{ Jmol}^{-1}\text{K}^{-1}$, $M = 0.029 \text{ kgmol}^{-1}$ 이다. 식(5)에서 볼 수 있는 바와 같이 기체의 밀도나 압력에 소리의 속도가 의존하는 것이 아니라 단지 온도만의 함수이다.

액체보다 기체가 쉽게 압축이 될 것이며, 고체보다 액체가 쉽게 압축이 될 것이다. 따라서 압축률이 가장 작은 것은 고체이고, 그 다음이 액체 그리고 기체 순일 것이다. 따라서 압축률이 작은 고체에서 소리의 전파 속도가 가장 빠르고, 그 다음이 액체 그리고 기체 순으로 설명하는 것이 더 좋을 것이라고 생각한다. 물론 각 상태에 따라서 밀도도 현저하게 차이가 나기 때문에 식(4)에 의하면 밀도 또한 중요한 요인이 된다. 고체의 경우에 구리보다 강철이 소리의 속도가 빠른 것을 볼 수 있는데 이 또한 압축률과 관련이 있는 것으로 해석할 수 있다. 고체의 경우에는 압축률 보다는 영률이라는 물리량을 사용하여 소리의 속도를 나타낸다(김중복, 2004).

결론

밀할수록 소리의 속도가 빨라지는가를 실험적으로 확인하기 위하여 밀도를 변화시킬 수 있는 용기를 제작하여 실험한 결과, 기체의 경우에 기체의 종류가 변하지 않는 한 소리 속도는 밀한 정도에 의존하지 않았고, 온도가 높아질 때만 소리의 속도가 빨라지는 것을 알 수 있었다. 이 연구를 통하여 소리의 속도를

결정하는 요인이 밀한 정도에만 의존한다는 표현보다는 압축률과 밀도에 의존한다고 하는 것이 더 바람직한 표현이라고 결론 내릴 수 있었다. 기체의 경우에 온도를 높이면 압축률이 작아지기 때문에 소리의 속도가 빨라지는 것을 강조할 필요가 있겠다. 또한, 소리의 속도는 진동수를 키우거나 파장을 키우면 빨라지는 것이 아니라 매질의 상태에 의하여 결정된다는 것을 분명히 한 후에 $v = f\lambda$ 라는 식을 배울 필요가 있을 것이다.

ABSTRACT

We have investigated whether the propagation speed of sound wave in gas is depending on atomic density or temperature. We have made a chamber to change atomic density and temperature. The sound speed was changed not by atomic densities up to 5 from 1 atmospheric pressure, but by

temperature and atomic kinds. We were able to explain theoretically why atomic density does not affect, and explain why the speed in more dense matter increases in terms of compressibility.

Key words : sound speed, density, compressibility

참고문헌

- 김중복 역 (2004) 파동과 진동, 홍릉과학출판사, p203, 208
이문원, 진성용, 최병수, 권석민, 노태희, 허성일, 김출배, 강석진, 박희송, 김경호, 김규상, 채광표, 김진만, 정대용 (2001) 고등학교 과학, (주)금성출판사, p91, 92
Berg RE and Brill DR (2005) Speed of Sound Using Lissajous Figures. The Phys. Teach. 43: 36-39.